Evaluation Warning: The document was created with Spire.Doc for JAVA.

Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

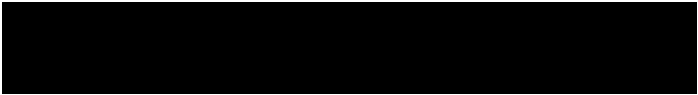
¤i sè tuy¸n t½nh

1/66

Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

ISÈTUYNTNH

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

2/66

4.2.3 Ch²o hâa ma trªn

4.2.2 a thùc °c tr÷ng - C¡ch t¼m vectì ri¶ng

4.2.1 Trà ri¶ng v  vectì ri¶ng

4.2. Ch²o hâa ma trªn

4.1.6 Ma trªn çng d¤ng

4.1.5 Ma trªn cõa ¡nh x¤ tuy¸n t½nh khi thay êi cì sð

4.1.4 H¤t nh¥n v  £nh cõa ¡nh x¤ tuy¸n t½nh

4.1.3 Ma trªn cõa ¡nh x¤ tuy¸n t½nh

4.1.2 Sü x¡c ành mët ¡nh x¤ tuy¸n t½nh

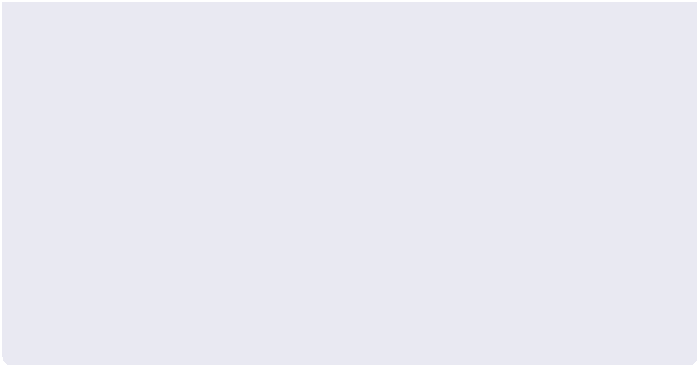
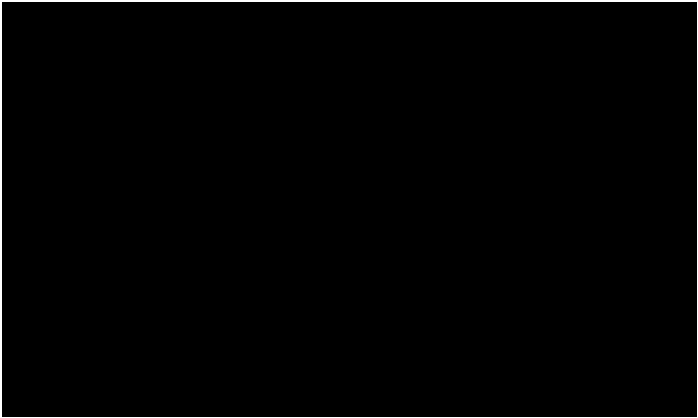
4.1.1 ành ngh¾a v  c¡c t½nh ch§t

4.1. nh x¤ tuy¸n t½nh

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

NËI DUNG

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

3/66

¤i sè, b¬ng c¡ch li»t k¶,...

Câ nhi·u c¡ch cho ¡nh x¤: b¬ng ç thà, b¬ng biºu ç, b¬ng biºu thùc

ph¦n tû thuëc X.

Cho ¡nh x¤ tùc l  ch¿ ra quy luªt, düa v o â x¡c ành £nh cõa måi

thæng l  v½ dö v· ¡nh x¤.

nh x¤ f gåi l  song ¡nh n¸u ìn ¡nh v  to n ¡nh. H m sè ð phê

nh x¤ f gåi l  to n ¡nh n¸u: 8y 2Y;9x 2X :y =f(x)

1

2

2

=)f(x

)=f(x

)

1

nh x¤ f gåi l  ìn ¡nh n¸u: x

=x

x ! y =f(x):

f : X ! Y

sao cho méi x thuëc X, tçn t¤i duy nh§t y thuëc Y. Ta vi¸t

Cho 2 tªp hñp kh¡c réng X;Y. nh x¤ f tø X ¸n Y l  mët quy t­c

4.0. ành ngh¾a v  c¡c t½nh ch§t:

Ch÷ìng 4. Giîi thi»u v¶ ¡nh x¤

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Vªy h m sè l  1 sâng ¡nh.

Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

4/66

Tªp gi¡ trà cõa f l  R n¶n h m sè to n ¡nh

¡nh.

Ta câ f0(x)=3x2 +3 >0. H m sè çng bi¸n tr¶n R n¶n ìn

d.

th¼ khæng tçn t¤i x º :f(x)= 2.

Tªp gi¡ trà cõa f l  (

; 

) n¶n khæng to n ¡nh. Hay c¡ch

2

2



kh¡c, ta chån y =2 >

2

f(x)=x3 +3x.

1 +x2

Ta câ f0(x )=

>0. V¼ h m sè luæn t«ng n¶n ìn ¡nh.

1

f(x)=arctanx.

c.

V¼ tªp gi¡ trà cõa f b¬ng (1;+1) n¶n h m sè to n ¡nh.

V¼ f(0)=f(1) n¶n h m sè khæng ìn ¡nh.

b.

f(x)=x3 x

f(x)=x2 =1. Do â f khæng to n ¡nh.

X²t y =1. Khæng tçn t¤i b§t ký sè thüc x n o º

V¼ f(1)=f(1) n¶n h m sè khæng ìn ¡nh.

a.

f(x)=x2.

cõa c¡c h m sè sau:

Cho ¡nh x¤ h m sè f :R!R. X²t t½nh ìn ¡nh, to n ¡nh, sâng ¡nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

5/66

tuy¸n t½nh tr¶n E.

N¸u F =R th¼ ¡nh x¤ tuy¸n t½nh f :E !R ÷ñc gåi l  d¤ng

êi tuy¸n t½nh trong E hay l  to¡n tû tuy¸n t½nh trong E.

N¸u E =F th¼ ¡nh x¤ tuy¸n t½nh f :E !E ÷ñc gåi l  ph²p bi¸n

(câ ngh¾a l  f b£o to n ph²p cëng v  ph²p nh¥n ngo i cõa E tr¶n F).

8u 2E; 82R th¼ f(u)=f(u).

8u;v 2E th¼ f(u+v)=f(u)+f(v).

m¢n hai i·u ki»n sau:

f :E !F ÷ñc gåi l  ¡nh x¤ tuy¸n t½nh tø E v o F n¸u nâ thäa

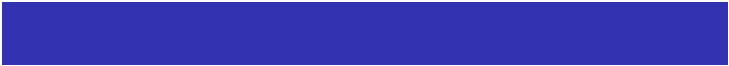
ành ngh¾a 1: Cho E v  F l  hai khæng gian vectì tr¶n R. nh x¤

4.1.1 ành ngh¾a v  c¡c t½nh ch§t:

4.1. nh x¤ tuy¸n t½nh

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

6/66

Tø (1);(2) ta k¸t luªn f l  ¡nh x¤ tuy¸n t½nh.

=f(x) (2):

1

2

1

2

3x

;x

4x

)

3

=(2x

+x

1

2

1

2

3x

;x

4x

)

3

f(x)=(2x

+x

x =(x

;x

1

2

;x

)=(x

3

1

;x

;x

2

3

) va do â

Hìn núa, 82R v  8x =(x

;x

1

2

;x

3

)2R3 ta câ

=f(x)+f(y) (1):

1

2

1

1

2

1

2

3y

;y

4y

)

3

4x

)+(2y

+y

2

3x

;x

3

=(2x

+x

1

1

2

2

3

1

1

2

2

3y

;x

+y

4x

4y

)

3

=(2x

+2y

+x

+y

3x

+y

)+(x

1

2

+y

)3(x

2

3

+y

);(x

3

1

+y

)4(x

1

2

+y

2

)



3

2

1

2

3

+y

). Do â

3

+y

;x

2

+y

;x

1

;y

)=(x

3

)+(y

;y

1

x +y =(x

;x

;x

1

2



f(x +y )=

2(x

1

8x =(x

;x

1

2

;x

);y =(y

3

1

;y

;y

2

3

)2R3 ta câ

t½nh tø R3 ¸n R2.Thªt vªy:

V½ dö: f(x

;x

1

2

;x

)=(2x

3

1

+x

2

3x

;x

3

1

4x

) l  mët ¡nh x¤ tuy¸n

2

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

7/66

1

1

2

2

m

m

1

2

m

m

)+

f(u

)++

f(u

):

2

)=

f(u

1

f(

u

+

u

++

u

i

i

f :E !F l  ¡nh x¤ tuy¸n t½nh th¼ 8

2R; 8u

2E, i =1;m ta câ:

H» qu£ Cho E v  F l  hai khæng gian vectì tr¶n R. N¸u

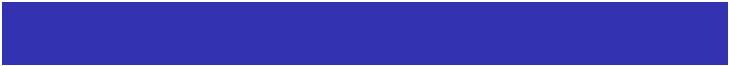
8u;v 2E; 8; 2Rth¼ f(u+v)=f(u)+f(v):

v  õ º ¡nh x¤ f :E !F l  ¡nh x¤ tuy¸n t½nh n¸u

ành lþ Cho E v  F l  hai khæng gian vectì tr¶n R. i·u ki»n c¦n

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

8/66

3

f(x

)=x

f(0;0;1 )=

(0;2)+x

;x

;x

f(1;0;0)+x

(2;1)+x

(1;3)

f(0;1;0)+x

1

2

3

1

2

x

1

2

3

f(x

;x

;x

)=(2x

x

;2x

+x

+3x

)

1

2

3

2

3

1

2

3

f(1;0;0)=f(1;1;0)f(0;1;0)=(2;1)(2;1)=(0;2)

f(0;1;0)=f(1;1;1)f(1;0;1)=(1;2)(1;1)=(2;1).

f(0;0;1)=f(1;1;1)f(1;1;0)=(1;2)(2;1)=(1;3).

phùc t¤p. Tham kh£o c¡ch l m sau.

Vi»c biºu di¹n v²c tì têng qu¡t (x

;x

1

2

;x

) qua 3 v²c tì tr¶n hìi

3

2

=)f(3;1;5)=2(2;1)+3(1;2)+2(1;1)=(3;10):

Nh÷ vªy (3;1;5)=2(1;1;0)+3(1;1;1)+2(1;0;1)



+ = 5

 = 2

:

:

>

>

()

+

= 1

()

 = 3

<

<

>

++ = 3

>

=2

8

8

Vi¸t (3;1;5)=(1;1;0)+(1;1;1)+(1;0;1)

1

B i gi£i

f(3;1;5). v  f(x

;x

1

2

;x

).

3

f(1;1;0)=(2;1); f(1;1;1)=(1;2); f(1;0;1)=(1;1): T¼m

V½ dö: Cho ¡nh x¤ tuy¸n t½nh f :R3 !R2, bi¸t

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

9/66

sinh cõa f(E0) v  dimf(E0)6 dimE0.

1

m

);f(u

);:::;f(u

)g l  mët h»

2

mët h» sinh cõa E0 th¼ h» ff(u

1

m

;:::;u

g l

4

Cho E0 l  khæng gian con cõa E. N¸u h» vectì fu

con cõa E.

F v  n¸u F0 l  khæng gian con cõa F th¼ f1(F0) l  khæng gian

3

N¸u E0 l  khæng gian con cõa E th¼ f(E0) l  khæng gian con cõa

trong F th¼ fu

;u

1

2

;:::;u

m

g ëc lªp tuy¸n t½nh trong E.

F. Tø â, n¸u ff(u

);f(u

1

2

);:::;f(u

m

)g ëc lªp tuy¸n t½nh

ff(u

);f(u

1

2

);:::;f(u

m

)g l  mët h» phö thuëc tuy¸n t½nh trong

N¸u fu

;u

1

2

;:::;u

m

g l  h» phö thuëc tuy¸n t½nh trong E th¼

2

E

F

f(0

)= 0

,

1

f :E !F l  ¡nh x¤ tuy¸n t½nh tø E v o F. Khi â

C¡c t½nh ch§t: Cho E v  F l  hai khæng gian vectì tr¶n R v

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

10/66

l  ¡nh x¤ tuy¸n t½nh. Nâ ÷ñc gåi l  ¡nh x¤ khæng, k½ hi»u l  (:)

F

x !f(x)=O

f : E !F

Cho E v  F l  hai khæng gian vectì tr¶n R. nh x¤

l  ¡nh x¤ tuy¸n t½nh tø R2 v o R3.

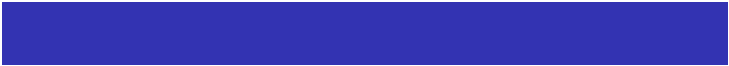
f(x;y)=(2x y;4x 2y;6x 3y)

nh x¤ f :R2 !R3 x¡c ành bði

C¡c v½ dö kh¡c :

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

11/66

b) f(x;y)=(x +1;y).

,

a) f(x;y)=(x;y2),

t½nh:

nh x¤ f :R2 !R2 cho d÷îi ¥y khæng ph£i l  ¡nh x¤ tuy¸n

Id(:)

l  ¡nh x¤ tuy¸n t½nh v  ÷ñc gåi l  ¡nh x¤ çng nh§t, k½ hi»u

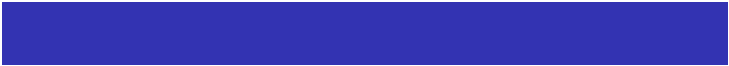
x !f(x)=x

f : E !E

Cho E l  khæng gian vectì tr¶n R. nh x¤

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

12/66

r¬ng E v  F l  hai khæng gian ¯ng c§u vîi nhau.

Khi câ mët ¯ng c§u f tø E v o F th¼ ta vi¸t f :E

=F v  nâi



gåi l  mët tü ¯ng c§u.

¯ng c§u n¸u nâ l  mët song ¡nh. N¸u th¶m E =F th¼ nâ ÷ñc

to n c§u n¸u nâ l  mët to n ¡nh;

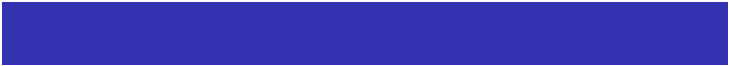
ìn c§u n¸u nâ l  mët ìn ¡nh;

¡nh x¤ tuy¸n t½nh f :E !F ÷ñc gåi l

ành ngh¾a 2: Cho E v  F l  hai khæng gian vectì tr¶n R. Mët

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

13/66

F

F =fO

g.

F. Nh÷ vªy, câ væ sè ¡nh x¤ tuy¸n t½nh tø E v o F, n¸u

Méi h» m vectì cõa F x¡c ành mët ¡nh x¤ tuy¸n t½nh tø E v o

cõa c¡c vectì cì sð cõa nâ.

Muèn x¡c ành mët ¡nh x¤ tuy¸n t½nh ta ch¿ c¦n x¡c ành £nh

Nhªn x²t:

i

i

f(e

)=e0

vîi måi i =1;m.

Khi â tçn t¤i duy nh§t mët ¡nh x¤ tuy¸n t½nh f :E !F sao cho

fe

;:::e

1

m

g l  mët cì sð cõa E v  e0

;:::;e0

l  m vectì tòy þ cõa F.

1

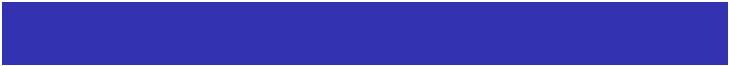
m

ành lþ: Gi£ sû E v  F l  hai khæng gian vectì tr¶n R, (e )=

4.1.2 C¡ch x¡c ành ¡nh x¤ tuy¸n t½nh

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

14/66

b. T¼m f(3;1;5).

a. X¡c ành biºu thùc cõa f .

f(1;1;0)=(2;1), f(1;1;1)=(1;2) v  f(1;0;1)=(1;1).

B i tªp 2: Cho ¡nh x¤ tuy¸n t½nh f :R3 !R2. Cho bi¸t

b. X¡c ành biºu thùc cõa f .

a. Cho u =(4;5). T¼m f(u).

f(u

)=(1;1;2) v  f(u

1

2

)=(4;2;1).

1

2

B =fu

=(1;2);u

=(3;5)g l  mët cì sð cõa R2. Gi£ sû

B i tªp 1: Cho ¡nh x¤ tuy¸n t½nh f :R2 !R3 v

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

15/66

1

2

B

=f(1;1;1);(1;0;1);(1;1;0)g; B

=f(1;3);(2;5)g:

C°p cì sð tòy þ

b)

E =f(1;0;0);(0;1;0);(0;0;1)g; F =f(1;0);(0;1)g.

C°p cì sð ch½nh t­c

a)

T¼m ma trªn cõa f trong c°p cì sð:

f(x

;x

1

2

;x

)=(x

3

1

+2x

2

3x

;2x

3

1

+x

):

3

V½ dö: Cho axtt f :R3 !R2 bi¸t

cõa ¡nh x¤ tuy¸n t½nh f èi vîi c°p cì sð (e) v  (f).

thù j l  tåa ë cõa vectì f(e

) èi vîi cì sð (f) ÷ñc gåi l  ma trªn

j

chi·u F câ cì sð l  (f)=ff

;f

1

2

;:::;f

m

g. Ma trªn A cï mn vîi cët

chi·u E câ cì sð l  (e)=fe

;e

1

2

;:::;e

n

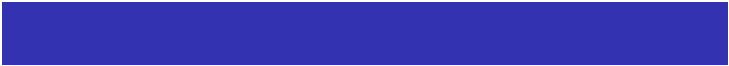
g v o khæng gian vectì m

a. ành ngh¾a: Cho f l  ¡nh x¤ tuy¸n t½nh i tø khæng gian vectì n

4.1.3 Ma trªn cõa ¡nh x¤ tuy¸n t½nh

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

16/66

3 9

7

1

B

Ma trªn c¦n t¼m l  A

2

=

B

6 16 11





2

7

B

f(1;1;0)=(3;2)=)[f(1;1;0)]

=

11





2

9

B

f(1;0;1)=(2;3)=)[f(1;0;1)]

=

.

16





2

3

B

f(1;1;1)=(0;3)=)[f(1;1;1)]

=

.

6





b)

3

x

1

2

3

2x

+0:x

+x

2 0 1:

[f(x

;x

1

2

;x

3

)]

F

=

=



x

2

1

2

3

4

5

x

+2x

3x

1 2 3

1

x









2

3

Nhªn x²t d¤ng ma trªn cõa f :

E

2 0 1:

Ma trªn cõa f èi vîi c°p cì sð ch½nh t­c A:=AF

=

1 2 3





f(1;0;0)=(1;2); f(0;1;0)=(2;0) v  f(0;0;1)=(3;1)

a)

B i gi£i

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

17/66

0 0

0 0

1 0

0 1

1

2

3

4

E

=

;E

=

;E

=

;E

=

:

1 0

0 1

0 0

0 0

n

o

















b. T¼m ma trªn cõa f theo cì sð

a. Chùng minh r¬ng f l  mët ph²p bi¸n êi tuy¸n t½nh.

3 4

X; 8X 2M

(R):

2

f(X )=

2 1





V½ dö 2: nh x¤ f : M

(R)!M

2

2

(R) x¡c ành bði

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

18/66

=f(X)+f(Y):

3 4

3 4

=

X

+

Y

2 1

2 1













3 4

3 4

=

X +

Y

2 1

2 1









3 4

3 4

=

(X )+

(Y)

2 1

2 1









3 4

f(X +Y)=

(X +Y)

2 1





a) 8X;Y 2M

(R) v  vîi måi ; 2R ta câ

2

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

19/66

=)f(E

)=0:E

4

1

+1:E

2

+0:E

3

+4:E

4

3 4

0 1

0 4



=

2 1

0 0

0 1



3





4





=)f(E

)=1:E

+0:E

+4:E

+0:E

3





1



2

2 1

f(E

)=

E

=

4

4

3 4

3 4

1 0

4 0



=

2 1

0 0

1 0



3





4





=)f(E

)=0:E

+2:E

+0:E

+3:E

2





1



2

2 1

f(E

)=

E

=

3

3

3 4

3 4

0 0

0 3



=

2 1

0 1

0 2



3





4





=)f(E

)=2:E

+0:E

+3:E

+0:E

1





1



2

2 1

f(E

)=

E

=

2

2

3 4

0 0

1 0

1

3

=2:

+ 3

=2:E

+3:E

1 0

0 0









3 4

3 4

0 0

3 0

0 0

3 0

1

1

f(E

)=

E

=



=

=

+

2 1

2 1

1 0

2 0

2 0

0 0

























b)

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

20/66

0 3 0 4

3 0 4 0

4

5

Vªy ma trªn c¦n t¼m

6

7

0 2 0 1

6

7

2 0 1 0

2

3

f(E

)=0:E

4

1

+1:E

2

+0:E

3

+4:E

4

:

>

>

1

2

3

4

f(E

)=1:E

+0:E

+4:E

+0:E

3

>

=)

f(E

)=0:E

2

1

+2:E

2

+0:E

3

+3:E

4

<

>

>

1

2

3

4

f(E

)=2:E

+0:E

+3:E

+0:E

1

>

8

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

21/66

duy nh§t thäa m¢n (1).

u èi vîi cì sð (e) v  cõa v èi vîi cì sð (f). Hìn núa, A l  ma trªn

(e)

(f)

Trong â [u]

;[v]

l¦n l÷ñt l  ma trªn cët biºu di¹n tåa ë cõa

(f)

(e)

[v]

=A[u]

(1)

(f). N¸u u 2E v  f(u)=v th¼

(f) l  cì sð cõa F v  A l  ma trªn cõa f èi vîi c°p cì sð (e) v

chi·u v  f :E !F l  ¡nh x¤ tuy¸n t½nh. Gi£ sû (e) l  cì sð cõa E,

vectì): Cho E l  khæng gian vectì n chi·u, F l  khæng gian vectì m

b. ành lþ 1 (Mèi li¶n h» giúa tåa ë cõa £nh v  t¤o £nh cõa mët

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

22/66

X l  ma trªn cët biºu di¹n tåa ë cõa x èi vîi cì sð (e).

vîi A l  ma trªn cõa f èi vîi c°p cì sð (e) cõa E v  (f) cõa F cán

f(x)=AX

D¤ng ma trªn cõa ¡nh x¤ tuy¸n t½nh f :E !F nh÷ sau:

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

23/66

2

T¼m ma trªn cõa f èi vîi c°p cì sð ch½nh t­c cõa M

[R].

(R) v

2

P

c d

f

=(ad)+(a+2b)x +(b3c)x

:

2

a b









bði

B i tªp 1: Cho ¡nh x¤ tuy¸n t½nh f : M

(R)!P

2

2

[R] x¡c ành

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

24/66

Imf =fv 2Fj9u 2E : f(u)=vg:

tû cõa E gåi l  £nh cõa ¡nh x¤ f. Kþ hi»u l  f(E) hay Imf. Vªy

Tªp hñp t§t c£ c¡c ph¦n tû cõa F l  £nh cõa ½t nh§t mët ph¦n

F

Kerf =fu 2Ejf(u)=O

g:

÷ñc gåi l  nh¥n cõa f, kþ hi»u l  Kerf. Vªy

F

Tªp hñp t§t c£ c¡c ph¦n tû cõa E câ £nh l  ph¦n tû O

2F

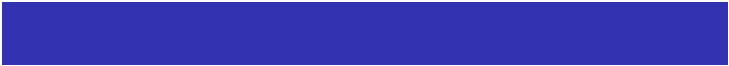
vectì E v o khæng gian vectì F. Khi â,

a. ành ngh¾a: Cho f l  mët ¡nh x¤ tuy¸n t½nh i tø khæng gian

4.1.4 H¤t nh¥n v  £nh cõa ¡nh x¤ tuy¸n t½nh

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

25/66

Imf l  mët khæng gian vectì con cõa F.

Kerf l  mët khæng gian vectì con cõa E.

E v o khæng gian vectì F. Khi â

ành lþ 1: Cho f l  mët ¡nh x¤ tuy¸n t½nh i tø khæng gian vectì

b. C¡c ành lþ:

v 2 Imf , ph÷ìng tr¼nh f(u)=v câ nghi»m u 2E.

F

nh§t f(u)=O

.

qua l  t¼m tªp nghi»m cõa h» ph÷ìng tr¼nh tuy¸n t½nh thu¦n

F

u 2 Kerf ,f(u)=O

. Do â t¼m Kerf vîi f :E !F ch¯ng

Nhªn x²t 2:

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

26/66

dim Kerf + dim Imf = dimE :

nguçn

Cæng thùc li¶n h» giúa sè chi·u cõa £nh, h¤t nh¥n v  khæng gian

Imf = Spanff(u

);f(u

1

2

);:::;f(u

n

)g

tuy¸n t½nh.

f ìn c§u khi v  ch¿ khi h» ff(u

);f(u

1

2

);:::;f(u

n

)g ëc lªp

E. Khi â

v o khæng gian vectì F v  h» vectì fu

;u

1

2

;:::;u

n

g l  mët cì sð cõa

ành lþ 3 Cho f l  mët ¡nh x¤ tuy¸n t½nh i tø khæng gian vectì E

f l  mët to n c§u n¸u Imf =F.

E

f l  mët ìn c§u n¸u Kerf =fO

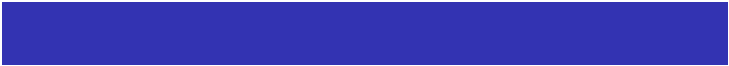
g.

E v o khæng gian vectì F. Khi â

ành lþ 2: Cho f l  mët ¡nh x¤ tuy¸n t½nh i tø khæng gian vectì

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

27/66

Kerf =f(;;0)2R

:2Rg

3

cõa h» tr¶n. Vªy

Gi£i h» ta ÷ñc x =y;z =0, suy ra (;;0) l  nghi»m têng qu¡t

x y = 0

:

>

2x 2y = 0

<

>

x y +z = 0

8

f(x;y;z)=(x y +z;2x 2y;x y)=(0;0;0) suy ra h»

8(x;y;z)2Ker(f) ta câ:

Ker(f)=f(x;y;z)2R3 :f((x;y;z))=(0;0;0)g.

Gi£i

f(x;y;z)=(x y +z;2x 2y;x y):

ph²p bi¸n êi tuy¸n t½nh x¡c ành bði

V½ dö : T¼m Kerf, dim(Kerf), Imf, dim(Imf) vîi f : R3 !R3 l

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

28/66

f(1;2;1);(0;2;1)g.

K¸t luªn dim(Imf)=2 vîi cì sð f(1;2;1);(1;0;0)g ho°c

f(1;2;1);(0;2;1)g ·u ëc lªp tuy¸n t½nh.

Ma trªn câ h¤ng b¬ng 2 suy ra hai h» f(1;2;1);(1;0;0)g v

Vªy Imf =<(1;2;1);(1;0;0)>=<(1;2;1);(0;2;1)>.

1

0

0

1 0 0

0 2 1

1 2 1

!

!

4

5

1 2 1

1

2

1

1

2

1









2

3

X²t ma trªn v²c tì h ng

E =fe

g l  cì sð ch½nh t­c cõa R3 Ta câ

f(e

)=f(1;0;0)=(1;2;1),f(e

;e

;e

1

2

3

)=f(0;1;0)=(1;2;1),

)=f(0;0;1)=(1;0;0). Suy ra

1

2

f(e

Imf =<f(e

3

);f(e

);f(e

)>=<(1;2;1);(1;2;1);(1;0;0)>.

1

2

3

T¼m Imf :

ltt n¶n nâ l  cì sð cõa Kerf. K¸t luªn dim(Kerf)= 1.

têng qu¡t cõa h». Suy ra Kerf= <(1;1;0)>: L¤i do (1;1;0) l  v²c tì

M°t kh¡c (;;0)2Kerf, ta câ (;;0)=(1;1;0) l  nghi»m

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

29/66

c. T¼m Kerf v  sè chi·u cõa nâ.

b. T¼m Imf v  sè chi·u cõa nâ.

a. Chùng minh f l  ¡nh x¤ tuy¸n t½nh.

f(x

;x

1

2

;x

)=(x

3

1

2x

2

3x

;2x

3

2

x

) vîi måi (x

3

1

;x

;x

2

3

)2R3.

B i tªp 2: Cho ¡nh x¤ f : R3 !R2 x¡c ành bði

c. T¼m Kerf v  sè chi·u cõa nâ.

b. T¼m Imf v  sè chi·u cõa nâ.

a. T¼m ma trªn cõa f èi vîi c°p cì sð ch½nh t­c cõa R2 v  R3.

f(x

;x

1

2

)=(2x

1

x

;4x

2

1

2x

;6x

2

1

3x

) vîi måi (x

2

1

;x

2

)2R2.

B i tªp 1: Cho ¡nh x¤ tuy¸n t½nh f : R2 !R3 x¡c ành bði

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

30/66

b. T¼m Kerf, dim(Kerf), Imf, dim(Imf ).

a. Chùng minh r¬ng f l  to¡n tû tuy¸n t½nh.

c d

a+b a+b+c +d

f

=

a b

a

a+b













B i tªp 3: Cho ¡nh x¤ f :M

(R)!M

2

2

(R) x¡c ành bði

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

31/66

B =P

AP

1

v o ch½nh nâ, ta câ

°c bi»t, n¸u f l  mët ¡nh x¤ tuy¸n t½nh tø khæng gian n chi·u E

B =S

AP

1

Khi â ta câ

chuyºn cì sð tø (f) sang (f0).

Gåi P l  ma trªn chuyºn cì sð tø (e) sang (e0) v  S l  ma trªn

mn

v  B =B

l  ma trªn cõa ¡nh x¤ f èi vîi c°p cì sð (e0);(f0).

mn

Gåi A=A

l  ma trªn cõa ¡nh x¤ f èi vîi c°p cì sð (e);(f)

v  (f)=ff

;f

1

2

;:::;f

Cho (e)=fe

;e

1

2

;:::;e

g, (e0)=fe0

g, (f0)=ff 0

;f 0

;e0

;:::;f 0

;:::;e0

g l  hai cì sð cõa E

n

1

2

n

g l  hai cì sð cõa F.

m

1

2

m

E v o khæng gian m chi·u F.

Cho f :E !F l  mët ¡nh x¤ tuy¸n t½nh i tø khæng gian n chi·u

4.1.5 Ma trªn cõa ¡nh x¤ tuy¸n t½nh khi thay êi cì sð:

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

32/66

ngh¾a v  dòng ma trªn cõa T trong cì sð ch½nh t­c B.

b. T¼m ma trªn cõa T trong cì sð C theo hai c¡ch dòng ành

a. T¼m ma trªn cõa T trong cì sð ch½nh t­c B.

2

Cho B =f1;x;x2g v  C =f1+x;1x;x+x2g l  hai cì sð cõa P

.

0

2

1

0

2

+3a

)x +3a

x

:

2

2a

)+(2a

2

+a

x +a

x

)=(2a

1

T(a

2

2

2

2

V½ dö 2: Cho T :P

!P

l  ¡nh x¤ tuy¸n t½nh x¡c ành bði

b. T¼m biºu thùc cõa f (trong c°p cì sð ch½nh t­c).

a. T¼m ma trªn cõa f trong c°p cì sð ch½nh t­c.

0 3

4

A=

2 1 3





l

c°p cì sð (e)=f(1;1;1);(1;0;1);(1;1;0)g v  (f)=f(1;1);(2;1)g

V½ dö 1: Cho f :R3 !R2 l  ¡nh x¤ tuy¸n t½nh câ ma trªn trong

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

33/66

1

2

3

b

=(1;1;2), b

=(2;3;1), b

=(3;4;1) èi vîi cì sð ch½nh t­c.

3

a

=(2;0;0) theo thù tü ÷ñc bi¸n th nh c¡c vectì t÷ìng ùng

1

2

f : R3 !R3 sao cho qua f c¡c vectì a

=(1;2;1), a

=(1;1;0),

B i tªp H¢y x¡c ành ma trªn cõa ph²p bi¸n êi tuy¸n t½nh

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

34/66

N¸u AB v  B C th¼ AC.

N¸u AB th¼ B A.

AA.

b. T½nh ch§t:

trªn cõa nâ èi vîi cì sð (f) th¼ AB.

v o ch½nh nâ. N¸u A l  ma trªn cõa f èi vîi cì sð (e) v  B l  ma

Nhªn x²t: Cho f l  mët ¡nh x¤ tuy¸n t½nh tø khæng gian n chi·u E

Kþ hi»u: AB.

B =T

AT:

1

bi¸n sao cho

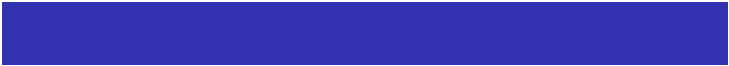
trªn B vuæng c§p n n¸u tçn t¤i ma trªn T vuæng c§p n, khæng suy

a. ành ngh¾a: Ta nâi ma trªn A vuæng c§p n çng d¤ng vîi ma

4.1.6 Ma trªn çng d¤ng:

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

35/66

E

,x =O

væ lþ:

E

,(

)x =O

0

E

x 

x =f(x)f(x)=O

0

Khi â f(x)=x; f(x)=

x. Do â

0

Thªt vªy, gåi x l  vectì ri¶ng ùng vîi hai gi¡ trà ri¶ng  v  

.

0

 l  duy nh§t.

N¸u x l  vectì ri¶ng n o â cho tr÷îc ùng vîi gi¡ trà ri¶ng  th¼

b. T½nh ch§t:

vectì ri¶ng ùng vîi gi¡ trà ri¶ng .

E

vectì x 2E;x =O

sao cho f(x)=x. Vectì x khi â ÷ñc gåi l

vectì E tr¶n K. Sè  ÷ñc gåi l  gi¡ trà ri¶ng cõa f n¸u tçn t¤i mët

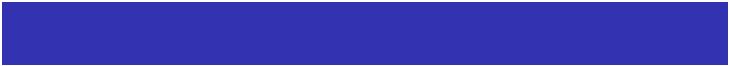
a. ành ngh¾a: Cho f l  ph²p bi¸n êi tuy¸n t½nh tr¶n khæng gian

4.2.1 Trà ri¶ng v  vectì ri¶ng:

4.2. Ch²o hâa ma trªn:

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

36/66

f(x)=f(x)=(x)=(x):

Do â

E

E

Thªt vªy, tø gi£ thi¸t, ta câ: x =O

; f(x)=x; x =O

.

 â.

vectì x;2R;=0 công l  vectì ri¶ng ùng vîi gi¡ trà ri¶ng

N¸u x l  vectì ri¶ng n o â cho tr÷îc ùng vîi gi¡ trà ri¶ng  th¼

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

37/66

n1

, (AI)X =O

,

AX =X

f(x)=x

ùng vîi gi¡ trà ri¶ng  v  X =[x]=(e) . Khi â

bi¸n êi tuy¸n t½nh f tr¶n E èi vîi cì sð (e). Gi£ sû x l  vectì ri¶ng

+ Cho E l  khæng gian vectì n chi·u. Gåi A l  ma trªn cõa ph²p

ùng vîi (n¸u câ) mët gi¡ trà ri¶ng duy nh§t.

nh÷ng vîi méi vectì kh¡c ph¦n tû khæng cõa khæng gian vectì E ch¿

+ Vîi méi gi¡ trà ri¶ng  câ væ sè c¡c vectì ri¶ng ùng vîi nâ

Nhªn x²t:

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

38/66

n1

n2

nn

n

a

a

::: a





0













4

5

4

5

=

:

6

21

22

2n

2

7

6

7

a

a

 :::

a



0

7

6

7

6

7

7

6

5

4

6

11

12

1n

1

a



a

:::

a



0

2

3

2

3

2

3

ij

n

n1

A=(a

)

th¼ ph÷ìng tr¼nh (AI)X =O

÷ñc vi¸t l¤i nh÷ sau:

1

n

;

;:::;

)T v

2

Cö thº, n¸u tåa ë cõa x èi vîi (e) l  X =(

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

39/66

A

0

xu§t hi»n trong P

() ÷ñc gåi l  bëi ¤i sè cõa 

.

0

A

0

Gi£ sû 

l  nghi»m cõa P

()=0. Khi â sè l¦n nh¥n tû ( - 

)

A

Ph÷ìng tr¼nh P

()=0 ÷ñc gåi l  ph÷ìng tr¼nh °c tr÷ng cõa A.

÷ñc gåi l  a thùc °c tr÷ng cõa ma trªn A.

n1

n2

nn

a

a

::: a



















A





P

()=det(AI )=



21

22

2n



a

a

 :::

a







11

12

1n



a



a

:::

a









a. ành ngh¾a: a thùc

4.2.2 a thùc °c tr÷ng - C¡ch t¼m vectì ri¶ng:

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

40/66

th¼ tªp nghi»m cõa det(AI)=0 luæn kh¡c réng.

Nhªn x²t: N¸u ta x²t E l  khæng gian vectì n chi·u tr¶n K=C

n1

(AI)X =O

:

ph÷ìng tr¼nh tuy¸n t½nh thu¦n nh§t sau:

khi tåa ë X cõa nâ l  nghi»m khæng t¦m th÷íng cõa h»

E

Vectì x =O

l  vectì ri¶ng ùng vîi gi¡ trà ri¶ng  khi v  ch¿

 l  gi¡ trà ri¶ng cõa f khi v  ch¿ khi det(AI)= 0.

Khi â

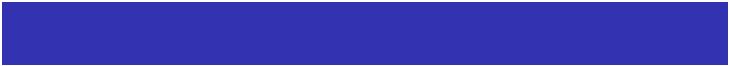
trªn cõa ph²p bi¸n êi tuy¸n t½nh f tr¶n E èi vîi mët cì sð n o â.

ành lþ 1: Cho E l  khæng gian vectì n chi·u tr¶n K. Gåi A l  ma

b. C¡c ành lþ:

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

41/66

khæng gian vectì n chi·u E tr¶n Kkhæng phö thuëc v o cì sð cõa E.

Nhªn x²t: C¡c gi¡ trà ri¶ng cõa cõa ph²p bi¸n êi tuy¸n t½nh f tr¶n

det(AI)=det(B I); vîi måi 2K:

(e0) th¼

khæng gian vectì n chi·u E tr¶n K t÷ìng ùng theo hai cì sð (e) v

ành lþ 2: N¸u A v  B l  ma trªn cõa ¡nh x¤ tuy¸n t½nh f tr¶n

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

42/66

th÷íng ÷ñc t¼m d÷îi d¤ng nghi»m têng qu¡t.

X =[x]=E. º þ r¬ng h» n y luæn câ væ sè nghi»m n¶n vectì ri¶ng

â ta gi£i h» ph÷ìng tr¼nh thu¦n nh§t (A

I)X =O

0

n1

tr¶n K vîi

0

B÷îc 4 º t¼m c¡c vectì ri¶ng x ùng vîi mët gi¡ trà ri¶ng 

n o

ph÷ìng tr¼nh n y (n¸u câ) l  c¡c gi¡ trà ri¶ng c¦n t¼m.

B÷îc 3 Gi£i ph÷ìng tr¼nh det(AI)=0 tr¶n K. C¡c nghi»m cõa

B÷îc 2 T¼m a thùc °c tr÷ng det(AI).

B÷îc 1 T¼m ma trªn A cõa f theo mët cì sð n o â cõa E.

C¡ch t¼m gi¡ trà ri¶ng v  vectì ri¶ng cõa ph²p bi¸n êi tuy¸n t½nh f

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

43/66

1 3

0

A=

1 0

3

4

5

1 2 2

2

3

f tr¶n R3, bi¸t r¬ng èi vîi cì sð ch½nh t­c cõa R3 ma trªn cõa f l :

V½ dö T¼m gi¡ trà ri¶ng v  vectì ri¶ng cõa ph²p bi¸n êi tuy¸n t½nh

n1

1

n2

2

nn

n

a



+a



+:::+(a

)

= 0

:

>

>

>



21

1

22

2

2n

n

a



+(a

)

+:::+a



= 0

<

>

>

11

1

12

2

1n

n

>

(a

)

+a



+:::+a



= 0

8

1

n

;

;:::;

)T ÷ñc vi¸t d÷îi d¤ng t÷íng minh l :

2

X =(

n1

Chó þ H» ph÷ìng tr¼nh thu¦n nh§t (AI)X =O

vîi

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

44/66

ri¶ng ph¥n bi»t cõa A l  -3, 1 v  3.

Gi£i ph÷ìng tr¼nh °c tr÷ng det(AI)=0 ta thu ÷ñc 3 gi¡ trà

=(1 )(3)(+3):

=(1 )(

9)2(3)2(3 +)

2

1

3





+(2)(1)

1+3





1 









3 

1 









=(1 )(1)

+2(1)

1+1





1+2







3

1

3

















1

3 









det(AI )=

1



3









1  2 2









Gi£i:

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

45/66

ë vîi cì sð ch½nh t­c cõa R3 l  (6;7;5) vîi  tòy þ kh¡c 0.

(6;7;5). Do â vectì ri¶ng ùng vîi gi¡ trà ri¶ng =3 câ tåa

Gi£i h» ph÷ìng tr¼nh n y ta ÷ñc nghi»m têng qu¡t cõa nâ l :

1

2

3

x

+3x

+3x

= 0

:

>

1

2

3

+ Vîi =3 th¼ (2) ,

x

+3x

+3x

= 0

<

1

2

3

>

4x

+2x

2x

= 0

8

1

2

3

x

+3x

x

= 0

:

>

1

2

3

x

x

+3x

= 0

(2)

<

1

2

3

>

(1 )x

+2x

2x

= 0

8

Khi â x l  nghi»m khæng t¦m th÷íng cõa h» ph÷ìng tr¼nh sau:

Gåi x =(x

;x

1

2

;x

)=O

l  vectì ri¶ng ùng vîi gi¡ trà ri¶ng .

3

R3

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

46/66

cì sð ch½nh t­c cõa R3 l  (0;;) vîi  tòy þ kh¡c 0.

(0;;). Do â vectì ri¶ng ùng vîi gi¡ trà ri¶ng =1 câ tåa ë vîi

Gi£i h» ph÷ìng tr¼nh n y ta ÷ñc nghi»m têng qu¡t cõa nâ l :

1

2

3

x

+3x

3x

= 0

:

>

1

2

3

+ Vîi =3 th¼ (2) ,

x

3x

+3x

= 0

<

1

2

3

>

2x

+2x

2x

= 0

8

vîi cì sð ch½nh t­c cõa R3 l  (2;;) vîi  tòy þ kh¡c 0.

(2;;). Do â vectì ri¶ng ùng vîi gi¡ trà ri¶ng =1 câ tåa ë

Gi£i h» ph÷ìng tr¼nh n y ta ÷ñc nghi»m têng qu¡t cõa nâ l :

1

2

3

x

+3x

x

= 0

:

>

1

2

3

+ Vîi =1 th¼ (2) ,

x

x

+3x

= 0

<

1

2

3

>

0x

+2x

2x

= 0

8

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

47/66

8 4

1

A=

4 7 4

4

5

1 4 8

2

3

vîi mët cì sð n o â l :

cõa ph²p bi¸n êi tuy¸n t½nh f tr¶n R3, bi¸t r¬ng ma trªn cõa f èi

V½ dö 2 X¡c ành bëi ¤i sè v  bëi h¼nh håc cõa c¡c gi¡ trà ri¶ng

hìn bëi ¤i sè cõa  th¼ A ÷ñc gåi l  ma trªn khuy¸t.

N¸u A câ mët gi¡ trà ri¶ng  sao cho bëi h¼nh håc cõa  nhä



Sè chi·u cõa E

÷ñc gåi l  bëi h¼nh håc cõa .



hi»u l  E

v  ÷ñc gåi l  khæng gian con ri¶ng ùng vîi .

n1

Tªp t§t c£ c¡c nghi»m X l m cho (AI)X =O

÷ñc k½

f :E !E èi vîi cì sð n o â. N¸u  l  mët gi¡ trà ri¶ng cõa A th¼

ành ngh¾a Cho A l  ma trªn vuæng c§p n cõa ¡nh x¤ tuy¸n t½nh

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

48/66

¤i sè cõa 9 l  2.

ri¶ng ph¥n bi»t cõa A l  - 9 v  9. Vªy bëi ¤i sè cõa -9 l  1 v  bëi

Gi£i ph÷ìng tr¼nh °c tr÷ng det(AI)=0 ta thu ÷ñc 2 gi¡ trà

0

0

1









=(9)

4 1  4

=(9)

(+9):





2





1  20 8









0

2

1









=(9)

4 7  4









1  4 8









8

4 1 

0

218 9 

















det(AI )=

4 7  4

=

4

7 

4

















1  4

8

1 

4

8

















Gi£i:

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

49/66

9

f(2;1;2)g) dimE

=1 v  bëi h¼nh håc cõa -9 l  1.

9

(2;;2). Do â E

=f(2;;2)

2Rg câ mët cì sð l :





Gi£i h» ph÷ìng tr¼nh n y ta ÷ñc nghi»m têng qu¡t cõa nâ l :

1

2

3

8x

4x

+10x

= 0

:

>

1

2

3

+ Vîi =9 th¼ (3) ,

4x

+16x

4x

= 0

<

1

2

3

>

10x

4x

8x

= 0

8

1

2

3

8x

4x

+(1 )x

= 0

:

>

1

2

3

4x

+(7 )x

4x

= 0

(3)

<

1

2

3

>

(1 )x

4x

8x

= 0

8

Khi â x l  nghi»m khæng t¦m th÷íng cõa h» ph÷ìng tr¼nh sau:

Gåi x =(x

;x

1

2

;x

)=O

l  vectì ri¶ng ùng vîi gi¡ trà ri¶ng .

3

R3

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

50/66

9

) dimE

=2 v  bëi h¼nh håc cõa 9 l  2.

f(1;2;0); (0;2;1)g

cì sð l :

9

(;22;). Do â E

=f(;22;)

; 2Rg câ mët





Gi£i h» ph÷ìng tr¼nh n y ta ÷ñc nghi»m têng qu¡t cõa nâ l :

1

2

3

8x

4x

8x

= 0

:

>

1

2

3

+ Vîi =9 th¼ (3) ,

4x

2x

4x

= 0

<

1

2

3

>

8x

4x

8x

= 0

8

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

51/66

T¼m c¡c gi¡ trà ri¶ng cõa A5;A1;AT v  A+2I.

4 2 1

A=

12

0

5

4

5

3 1 1

2

3

V½ dö Cho

A suy bi¸n khi v  ch¿ khi =0 l  gi¡ trà ri¶ng cõa A.

A v  AT câ còng c¡c gi¡ trà ri¶ng.

N¸u 2R tòy þ th¼ + l  gi¡ trà ri¶ng cõa A+I.

N¸u Al  ma trªn khæng suy bi¸n th¼ 1=l  gi¡ trà ri¶ng cõa A1.

k l  gi¡ trà ri¶ng cõa Ak, k =2;3;:::

cõa A. Khi â

ành lþ 3 Cho A l  ma trªn vuæng c§p n v   l  mët gi¡ trà ri¶ng

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

52/66

A+2I câ 3 gi¡ trà ri¶ng l  1, 3, v  4.

AT câ 3 gi¡ trà ri¶ng l  -1, 1, v  2.

A1 câ 3 gi¡ trà ri¶ng l  -1, 1, v  1=2.

A5 câ 3 gi¡ trà ri¶ng l  -1, 1, v  25 = 32.

ri¶ng ph¥n bi»t cõa A l  -1, 1 v  2. Tø â

Gi£i ph÷ìng tr¼nh °c tr÷ng det(AI)=0 ta thu ÷ñc 3 gi¡ trà

4

2 1 









det(AI )=

12 

5

=(+1)(1)(2):









3  1

1





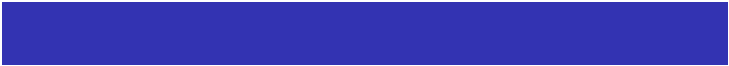




Gi£i:

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

53/66

fx

;x

1

2

;:::;x

m

g ëc lªp tuy¸n t½nh.

1

m

;

;:::;

(mn) th¼ h»

2

m gi¡ trà ri¶ng ph¥n bi»t 

vectì n chi·u E tr¶n K. N¸u x

;x

1

2

;:::;x

m

l  m vectì ri¶ng ùng vîi

ành lþ 4 Cho f :E !E l  ¡nh x¤ tuy¸n t½nh tr¶n khæng gian

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

54/66

trong â P l  ma trªn chuyºn cì sð tø (e) sang (x).

n

0 0 ::: 

::: ::: ::: :::

1

n

4

5

;

;:::;

)=

=P

AP;

2

B =diag(

6

2

7

1

0



::: 0

6

7

1



0 ::: 0

2

3

Ma trªn cõa f theo cì sð (x) n y l  ma trªn ch²o:

H» vectì (x)=fx

;x

1

2

;:::;x

n

g l  mët cì sð cõa E.

ùng vîi gi¡ trà ri¶ng 

, i =1;2;:::;n. Khi â

i

1

n

i

;

;:::;

. Gåi x

l  vectì ri¶ng

2

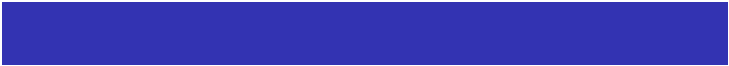
â câ n gi¡ trà ri¶ng ph¥n bi»t 

vectì n chi·u E tr¶n K. Gi£ sû ma trªn A cõa f èi vîi cì sð (e) n o

ành lþ 5 Cho f :E !E l  ¡nh x¤ tuy¸n t½nh tr¶n khæng gian

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

55/66

5 2 9

)A=

5

3

4

.

4

5

3

0

0

2

3

f(e

)=f(0;0;1)=(0;4;9):

3

f(e

)=f(1;0;0)=(3;5;5); f(e

1

2

)=f(0;1;0)=(0;3;2)

(e)=fe

;e

1

2

;e

3

g cõa R3. Ta câ

Gi£i: a. Gåi A l  ma trªn cõa f èi vîi cì sð ch½nh t­c

trªn ch²o.

b.T¼m mët cì sð cõa R3 º èi vîi cì sð â ma trªn cõa f l  ma

a.T¼m ma trªn cõa f èi vîi cì sð ch½nh t­c cõa R3.

f(x

;x

1

2

;x

)=(3x

3

1

;5x

1

+3x

2

+4x

;5x

3

1

2x

2

+9x

3

)

V½ dö Cho ph²p bi¸n êi tuy¸n t½nh f :R3 !R3 x¡c ành bði

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

56/66

1

2

3

5x

2x

+(9 )x

= 0

:

>

1

2

3

5x

+(3 )x

+4x

= 0

(4)

<

1

2

3

>

(3 )x

+0x

+0x

= 0

8

Khi â x l  nghi»m khæng t¦m th÷íng cõa h» ph÷ìng tr¼nh sau:

Gåi x =(x

;x

1

2

;x

)=O

l  vectì ri¶ng ùng vîi gi¡ trà ri¶ng .

3

R3

ri¶ng ph¥n bi»t cõa A l  3, 5 v  7.

Gi£i ph÷ìng tr¼nh °c tr÷ng det(AI)=0 ta thu ÷ñc 3 gi¡ trà

5

2 9 









det(AI )=

5

3 

4

=(3 )(7)(5):









3 

0

0









Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

57/66

2

5

fu

=(0;2;1)g) dimE

=1 v  bëi h¼nh håc cõa =5 l  1.

5

(0;2;). Do â E

=f(0;2;)

2Rg câ mët cì sð l :





Gi£i h» ph÷ìng tr¼nh n y ta ÷ñc nghi»m têng qu¡t cõa nâ l :

1

2

3

5x

2x

+4x

= 0

+ Vîi =5 th¼ (4) ,

1

2

3

5x

2x

+4x

= 0

1

(

3

l : fu

=(4;25;5)g) dimE

=1 v  bëi h¼nh håc cõa =3 l  1.

3

(4;25;5). Do â E

=f(4;25;5)

2Rg câ mët cì sð





Gi£i h» ph÷ìng tr¼nh n y ta ÷ñc nghi»m têng qu¡t cõa nâ l :

1

2

3

5x

2x

+6x

= 0

+ Vîi =3 th¼ (4) ,

1

2

3

5x

+0x

+4x

= 0

(

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

58/66

5 1 1

P =

25 2 1

4

5

4 0 0

2

3

n¶n P ch¿ l  ma trªn cët cõa fu

;u

1

2

;u

g=(u). Khi â P l

3

trªn chuyºn cì sð tø (e) sang (u). V¼ fe

;e

1

2

;e

g l  cì sð ch½nh t­c

3

H» ba vectì fu

;u

1

2

;u

3

g=(u) l  mët cì sð cõa R3. Gåi P l  ma

3

7

fu

=(0;1;1)g) dimE

=1 v  bëi h¼nh håc cõa =7 l  1.

7

(0;;). Do â E

=f(0;;)

2Rg câ mët cì sð l :





Gi£i h» ph÷ìng tr¼nh n y ta ÷ñc nghi»m têng qu¡t cõa nâ l :

1

2

3

5x

2x

+2x

= 0

+ Vîi =7 th¼ (4) ,

1

2

3

5x

4x

+4x

= 0

(

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

59/66

(4;25;5);(0;2;1);(0;1;1)

:





Nhªn th§y B l  ma trªn ch²o. Vªy cì sð c¦n t¼m l :

0 0 7

=

0 5 0

:

4

5

3 0 0

2

3

15=4 1

2

5 2 9

5 1 1

=

5

1 1



5

3

4



25 2 1

4

5

4

5

4

5

1=4

0

0

3

0

0

4 0 0

2

3

2

3

2

3

B =P

AP

1

Gåi B l  ma trªn cõa f èi vîi cì sð (u). Khi â

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

60/66

t½nh th¼ A ch²o hâa ÷ñc.

b. ành lþ: N¸u ma trªn A c§p n câ õ n vectì ri¶ng ëc lªp tuy¸n

trà ri¶ng ph¥n bi»t th¼ A ch²o hâa ÷ñc.

Tø ành lþ 5 möc tr÷îc ta suy ra n¸u ma trªn A c§p n câ n gi¡

câ d¤ng ch²o çng d¤ng vîi A.

Tø ành ngh¾a ta suy ra, ch²o hâa ma trªn A l  t¼m ma trªn B

Nhªn x²t:

ch²o. Ma trªn P khi â ÷ñc gåi l  ma trªn l m ch²o hâa A.

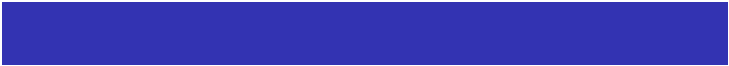
tçn t¤i ma trªn P c§p n kh£ nghàch sao cho P1AP =B l  ma trªn

a. ành ngh¾a: Ma trªn A c§p n ÷ñc gåi l  ch²o hâa ÷ñc, n¸u

4.2.3 Ch²o hâa ma trªn:

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

61/66

nn

P(A)=O

.

f :Rn !Rn câ ma trªn l  A v  a thùc °c tr÷ng l  P() th¼

ành lþ Cayley - Hamilton: N¸u ph²p bi¸n êi tuy¸n t½nh

1

n

;

;:::;

)=B l  ma trªn ch²o cõa A.

2

vîi diag(

1

n

;

;:::;

)

P

; k =2;3;:::

2

A

=P

diag(

k

1

k





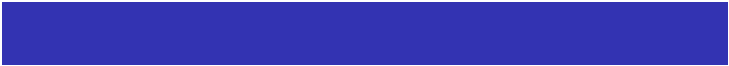
÷ñc th¼

T½nh lôy thøa cõa ma trªn : Vîi A l  ma trªn c§p n ch²o hâa

c. Ùng döng cõa ch²o hâa ma trªn:

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

62/66

ri¶ng ph¥n bi»t cõa A l  -1 v  2.

Gi£i ph÷ìng tr¼nh °c tr÷ng det(AI)=0 ta thu ÷ñc 3 gi¡ trà

3

4 





Gi£i: a. P()=det(AI )=





=2 ++2:

5 

6









22

P(A)=O

:

c. K½ hi»u P() l  a thùc °c tr÷ng cõa A. Chùng minh

b. T¼m A10.

a. H¢y ch²o hâa ma trªn A.

3 4

A=

5 6





V½ dö: Cho ma trªn

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

63/66

Vªy ma trªn P l m ch²o hâa ma trªn A v  ma trªn ch²o l  B.

0

2

P

AP =

=B

1

1 0





1 1

Rã r ng fu

;u

1

2

g ëc lªp tuy¸n t½nh. °t P =

. Khi â

1 2

2

2





E

câ mët cì sð l  fu

=(2;1)g.

1

1

)E

câ mët cì sð l  fu

=(1;1)g,

1

2

E

=f(;)

2Rg; E

=f(2;)

2Rg









C¡c khæng gian con ri¶ng ùng vîi =1 v  =2 l :

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

64/66

3 2

3 4

0 1

0 0

=



 2

=

7 6

5 6

1 0

0 0

















P(A)=A

AI

2

c.

1023 1022

=

:

2047 2046





1 1

0

210

1 1

)A

=





10

1 2

(1)10

0

1

2













)A

=PB

P

10

10

1

B =P

AP ,A=PBP

1

1

b.

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

65/66

trªn ch²o.

b.T¼m mët cì sð cõa R3 º èi vîi cì sð â ma trªn cõa f l  ma

a.T¼m ma trªn cõa f èi vîi cì sð ch½nh t­c cõa R3.

f(x

;x

1

2

;x

)=(x

3

1

;x

1

+2x

;x

2

2

+3x

3

)

B i tªp 2: Cho ph²p bi¸n êi tuy¸n t½nh f :R3 !R3 x¡c ành bði

trªn ch²o.

b.T¼m mët cì sð cõa R3 º èi vîi cì sð â ma trªn cõa f l  ma

a.T¼m Imf .

0 0 3

cõa nâ èi vîi cì sð ch½nh t­c cõa R3 l  A=

4

0 4 1

5

2 4 2

2

3

B i tªp 1: Cho ph²p bi¸n êi tuy¸n t½nh f :R3 !R3 vîi ma trªn

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.



Ch÷ìng 4: nh x¤ tuy¸n t½nh

¤i sè tuy¸n t½nh

66/66

v  t½nh A10.

b. Gåi A l  ma trªn cõa f èi vîi cì sð ch½nh t­c cõa R3. T¼m A

a. Chùng minh f l  ph²p bi¸n êi tuy¸n t½nh.

f(x

;x

1

2

;x

)=(x

3

1

+2x

2

+x

;2x

3

2

+9x

;x

3

2

+2x

):

3

B i tªp 3: Cho f :R3 !R3 l  ¡nh x¤ x¡c ành bði

Ch÷ìng 4. nh x¤ tuy¸n t½nh

Evaluation Warning : The document was created with Spire.PDF for java.

